به نام خدا

فیزیک ۲ (الکتریسیته و مغناطیس) (الف)

مقدمه

نخستین مشاهدات تجربی در این شاخه از فیزیک به زمانهای بسیار دور (سه هزار سال پیش از میلاد) باز می‌گردد. وقتی که چوپان عصای خود را به پشم گوسفند مالش داد مشاهده کرد که عصا کاه‌های کوچک را جذب می‌کند. این پدیده، کهربایی و یا به زبان یونان باستان الکترون نامیده شد و در واقع نقطه شروع الکتریسیته است. از طرف دیگر در ناحیه‌ای از اروپای صغیر به نام مگنزیا شخصی متوجه رباییش عصا توسط سنگ‌های این منطقه شد و این جاذبه مغناطیسی نقطه شروع شاخه مغناطیس در فیزیک محسوب می‌شود. در قرن نوزدهم اورستد دانشمند دانمارکی کشف کرد که حرکت الکتریسیته در سیم‌های حامل جریان، خاصیت مغناطیسی در فضا ایجاد می‌کند از آن به بعد دو شاخه الکتریسیته و مغناطیس در یک شاخه فیزیکی واحد به نام الکترومغناطیس تجمیع شد. فرانکلین، کولن، گاوس، فارادی، آمپر، ماکسول، ولت، اهم، هرتز و لورنتس از جمله دانشمندانی از فیزیک هستند که در این شاخه تحقیقات ارزشمندی از خود به جای گذاشتند و مجموعه قوانین اساسی حاکم در الکترومغناطیس را کشف کردند.

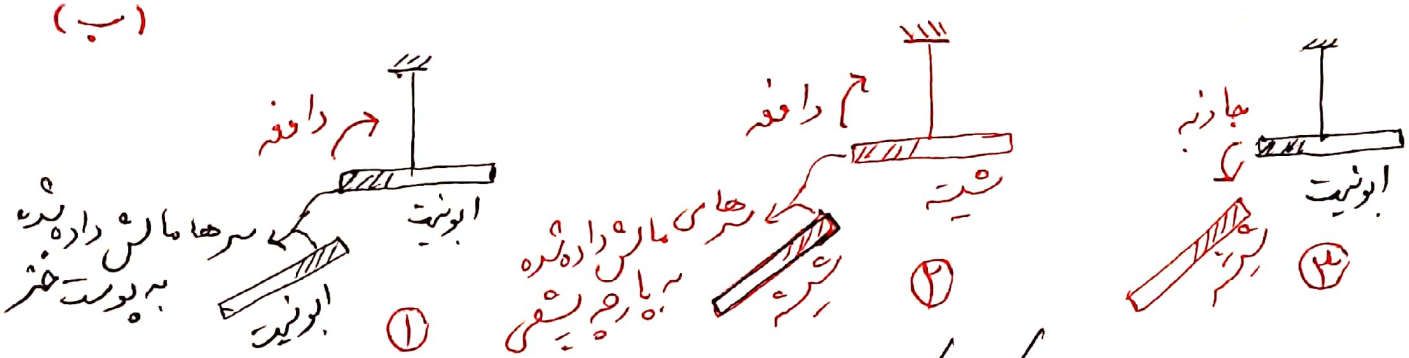
امروزه هر وسیله‌ای که به نوعی به الکتریسیته و مغناطیس مربوط می‌شود مانند رادار، رادیو، تلویزیون، پی‌سیم و غیره، عملکردی براساس این قوانین اساسی دارند.

در این درس هدف آشنایی مقدماتی با مجموعه قوانین اساسی الکترومغناطیس است.

آزمایش‌های فرانکلین

بنجامین فرانکلین دانشمند آمریکایی برای نخستین بار مفهوم بار الکتریکی، انواع آن و اثرهای الکتریکی بر هم را به کمک آزمایش‌هایی که در اشکال زیر تشریح شده‌اند معرفی کرد.

(ب)



در این آزمایش‌ها فرآنکلین یکی از دو میله‌ی مالش داده شده را مطابق شکل آویزان و میله‌ی دیگر را به آن نزدیک می‌کرد. جهت چرخش میله‌ی آویزان بیانگر وجود نیروهای جاذبه و یا دافعه بین میله‌ها بود. البته این نیروهای جاذبه و یا دافعه به شرطی قابل مشاهده هستند که میله‌ی شیشه‌ای به پارچه‌ی پشمی و میله‌ی ابونیتی به پوست خز مالش داده شده باشند.

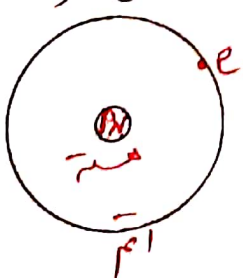
فرآنکلین از این آزمایش‌ها نتایج زیر را استنتاج کرد:

۱- در اثر مالش، چیزی به میله وارد می‌شود که می‌توان آن را بار الکتریکی یا الکتریسیته نامید.

۲- با توجه به نیروی جاذبه‌ی مشاهده شده در آزمایش سوم، الکتریسیته وارد شده به میله‌های ابونیتی و شیشه در اثر مالش، باید دو نوع متفاوت باشند. فرآنکلین برای نخستین بار، الکتریسیته وارد شده به میله‌ی ابونیتی را بار الکتریکی منفی و الکتریسیته وارد شده به میله‌ی شیشه‌ای را بار الکتریکی مثبت نامید.

۳- بارهای الکتریکی هم‌نام یکدیگر را دفع و بارهای الکتریکی ناهم‌نام یکدیگر جذب می‌کنند

برای درک آنچه فرآنکلین باردار شدن میله‌ها در اثر مالش نامید به کمک دانش امروزی نخست باید ساختار ماده را بطور خلاصه تشریح کنیم. ماده از ذرات بسیار کوچکی به نام اتم تشکیل شده است. اتم‌ها خود متشکل از ۳ نوع ذره به نام‌های پروتون، نوترون و الکترون هستند که پروتون و نوترون در ناحیه کوچکی به ابعاد 10^{-15} m به نام هسته متمرکز و الکترون‌ها در فضای اطراف هسته در ابعاد اتم (10^{-10} m) در حال چرخش به دور هسته هستند.



(ج)

	جرم (kg)	بار الکتریکی (C)
پروتون	$1,۶۷۲۶ \times 10^{-27}$	$+1,۶۰۲ \times 10^{-19}$
نوترون	$1,۶۷۴۹ \times 10^{-27}$	۰
الکترون	$9,1 \times 10^{-31}$	$-1,۶۰۲ \times 10^{-19}$

در شرایط عادی تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و تعداد الکترون‌های هر اتم برابر است از این رو در شرایط عادی هر اتم از نظر الکتریکی خنثی است.

وقتی در آزمایش فرانکلین میله‌ی ابونیتی را به پوست خز مالش می‌دهیم در اثر مجاورت اتم‌های دو ماده، الکترون‌ها از اتم پوست خز جدا شده و بر روی اتم میله‌ی ابونیتی قرار می‌گیرد. اکنون تعداد الکترون‌های این اتم میله‌ی ابونیتی بیشتر از تعداد پروتون‌های آن و بنابراین اتم به طور خالص بار منفی پیدا می‌کند. در مورد میله‌ی شیشه‌ای، الکترون از اتم شیشه به اتم پارچه پشمی منتقل می‌شود و اتم شیشه که اکنون یک الکترون خود را از دست داده بار خالص مثبت پیدا می‌کند.

تقسیم بندی ماده از نظر رسانندگی الکتریکی

ماده از نظر رسانندگی الکتریکی به ۳ دسته قابل تقسیم است:

۱- رسانا: این مواد جریان برق را به خوبی از خود عبور می‌دهند مانند طلا، نقره، مس

۲- نارسانا: این دسته از مواد به خوبی در برابر عبور جریان برق از خود مقاومت نشان می‌دهند مانند الماس، میکا، چوب

۳- نیم رسانا: رسانندگی جریان الکتریکی در این دسته از مواد از رساناها بسیار کمتر و از نارساناها بسیار بیشتر است مانند سیلیسیم، ژرمانیوم، گالیم آرسنید

این رفتار متفاوت ماده از نظر رسانندگی الکتریکی را می‌توان به تراکم الکترون‌های آزاد در ماده نسبت داد.

۰ ≈ تراکم الکترون‌های آزاد در نارسانا

$10^{22} \frac{\text{الکترون}}{cm^3}$ ≈ تراکم الکترون‌های آزاد در رسانا

$10^{10} \frac{\text{الکترون}}{cm^3}$ ≈ 〃 〃 〃 در نیم رسانا

قانون کولن

شکل روبرو دو کرهٔ باردار با بارهای q_1 و q_2 را نشان می دهد که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار گرفته‌اند.

فرض کنید ابعاد کره‌ها نسبت به فاصلهٔ آنها بسیار کوچک باشد چنین بارهایی را بارهای نقطه‌ای می نامند. کولن به طور تجربی دریافت که اندازهٔ نیرویی که بار q_1 به بار q_2 وارد می کند متناسب با اندازهٔ بارهای q_1 و q_2 و همچنین متناسب با عکس مجذور فاصلهٔ آنهاست.

$$\left.\begin{array}{l} F \propto q_1 \\ F \propto q_2 \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{array}\right\} \text{متناسب} \rightarrow F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \rightarrow F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

که در آن K یک ضریب ثابت به نام ثابت نیروی الکتریکی است.

ثابت K را بصورت $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ نیز نوشته می شود که در آن ε_0 ضریب ثابت دیگری به نام گذردهی الکتریکی خلاء است. در دستگاه بین المللی واحدها SI که در آن r برحسب متر و q برحسب کولن و نیروی F برحسب نیوتن است داریم:

$$K = 9\times10^9 \ \frac{Nm^2}{C^2} \rightarrow \varepsilon_0 \simeq 8{,}9\times10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2}$$ گذردهی الکتریکی خلاء

نکته: چون F اندازهٔ بردار نیروی $\vec{F}$ است و اندازهٔ یک بردار باید همواره مثبت باشد در محاسبهٔ اندازهٔ نیروی الکتریکی قدر مطلق بارهای الکتریکی باید در نظر گرفته شوند تا اندازهٔ نیرو همیشه بدست آید. علامت بارهای الکتریکی را فقط در ترسیم صحیح جهت نیرو باید لحاظ کنیم

$$\rightarrow F = K\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

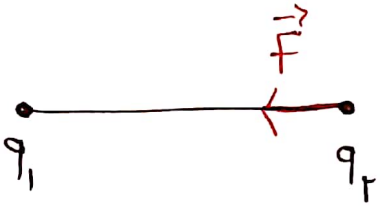
معادلهٔ اخیر در واقع بخش اول قانون کولن است. بخش دوم این قانون دربارهٔ جهت و راستای نیروی الکتریکی $\vec{F}$ صحبت می کند:

$\vec{F}$ در راستای خط واصل بارهای نقطه‌ای است و جهت آن به طرف خارج است اگر

بارهای نقطه‌ای هم‌نام، دو به دو دافع است اگر بارهای نقطه‌ای ناهمنام باشند

توجه کنید که بار q_2 نیز نیروی به همان اندازه در جهت عکس به بار q_1 وارد می‌سازد

مثال) بارهای نقطه‌ای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = -3\mu C$ به فاصله‌ی $r = 3cm$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند نیروی الکتریکی وارد بر بار q_2 را محاسبه و جهت آن را در یک شکل نمایش دهید.



$$F = K\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$= 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-6}\times 3\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2} = 60 \text{ نیوتن}$$

توجه کنید که واحد μC (میکروکولن) را به واحد کولن و واحد سانتیمتر به واحد متر در محاسبه‌ی فوق تبدیل شده است.

$1\,mC = 10^{-3}\,C$ میلی‌کولن

$1\,\mu C = 10^{-6}\,C$ میکروکولن

$1\,nC = 10^{-9}\,C$ نانوکولن

$1\,pC = 10^{-12}\,C$ پیکوکولن

$1\,fC = 10^{-15}\,C$ فمتوکولن

$1\,cm = 10^{-2}\,m$

$1\,mm = 10^{-3}\,m$

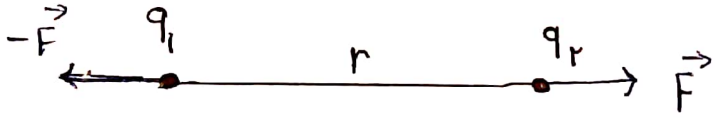
به نام خدا

فیزیک ۲

- بارهای نقطه‌ای - قانون کولن

بارهای نقطه‌ای بارهایی هستند که ابعاد آنها نسبت به فواصل آنها یا فواصل طرح در مسأله بسیار کوچک باشند.

دو بار نقطه‌ای q_1 به فاصله r از یکدیگر را در نظر بگیرید



اندازهٔ نیروی الکتریکی که هر بار به بار دیگر وارد می‌کند $F = K\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2}$

ثابت نیروی کولن $K = 9\times10^9 \dfrac{Nm^2}{C^2}$ $\quad K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

گذردهی الکتریکی خلاء $\varepsilon_0 = 8.9\times10^{-12}\dfrac{C^2}{Nm^2}$

$$\rightarrow F = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

نیروی $\vec{F}$ در راستای خط واصل دو بار است و جهت آن به طرف خارج است اگر دو بار هم علامت باشند و رو به داخل است اگر بارها مختلف العلامت باشند

مثال: بارهای نقطه‌ای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = -3\mu C$ به فاصله $r = 3cm$ از هم قرار گرفته‌اند. جهت نیروی که q_1 به q_2 وارد می‌سازد را در هر شکل نمایش و اندازهٔ این نیرو را محاسبه کنید.

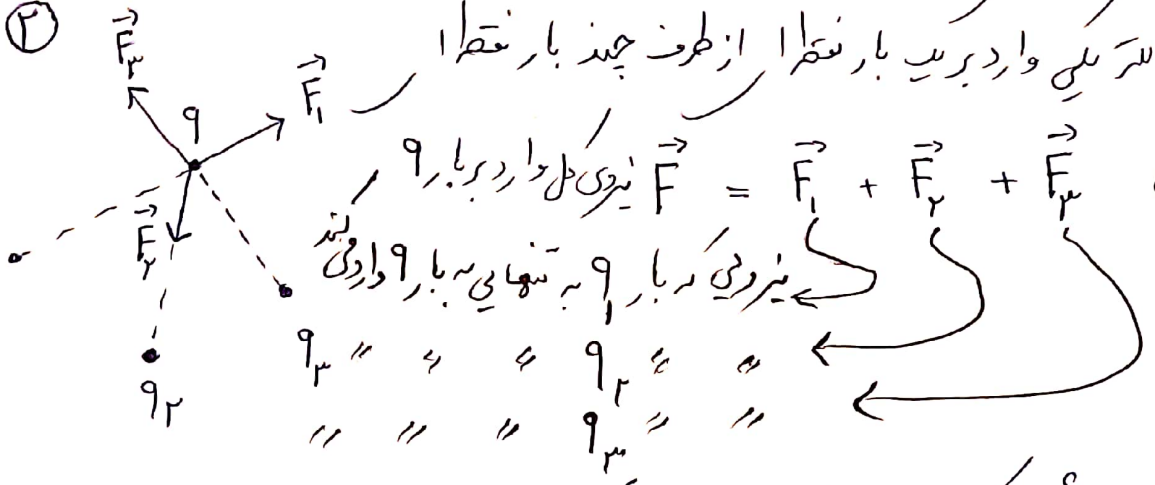
توجه: مقدار K به شرط برابر با 9×10^9 است که q_1 و q_2 برحسب میکرو کولن (μC) و r برحسب سانتی متر باشد

$1mC = 10^{-3}C$ ، $1\mu C = 10^{-6}C$ ، $1mm = 10^{-3}m$ ، $1cm = 10^{-2}m$

$1nC = 10^{-9}C$ ، $1pC = 10^{-12}C$

$$F = K\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6}\times 3\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2} = 90 \text{ نیوتن}$$

② — نیروی الکتریکی وارد بر یک بار نقطه‌ای از طرف چند بار نقطه‌ای



اصل برهم نهی $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ نیروی کل وارد بر بار q

نیروی که بار q_1 به تنهایی به بار q وارد می‌کند

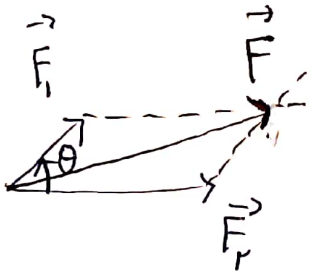
" " " q_2 " " " " " "

" " " q_3 " " " " " "

توجه داشته باشید که مجموع فوق در واقع یک جمع برداری است

یا درآوری: جمع برداری

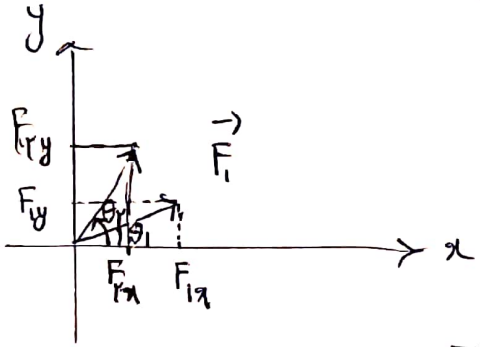
الف) روش متوازی الاضلاع



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$

ب) روش تجزیه



$$\vec{F}_1 = F_1\cos\theta_1\,\hat{i} + F_1\sin\theta_1\,\hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = F_2\cos\theta_2\,\hat{i} + F_2\sin\theta_2\,\hat{j}$$

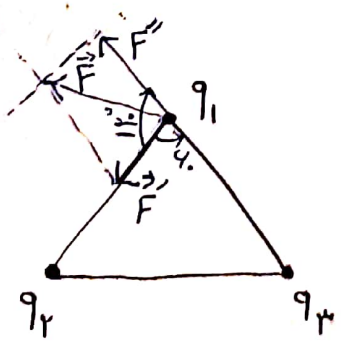
مولفه x نیروی برآیند $F_x = \sum_i F_{ix} = F_{1x} + F_{2x}$

" " y " $F_y = \sum_i F_{iy} = F_{1y} + F_{2y}$

مثال: سه بار نقطه‌ای مطابق شکل روبرو در سه گوشه از یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $a = 3cm$ قرار گرفته‌اند

$q_1 = 2\mu C$ ، $q_2 = -3\mu C$ و $q_3 = 4\mu C$

مطلوب است نیروی کل وارد بر بار q_1 (جهت و اندازه)



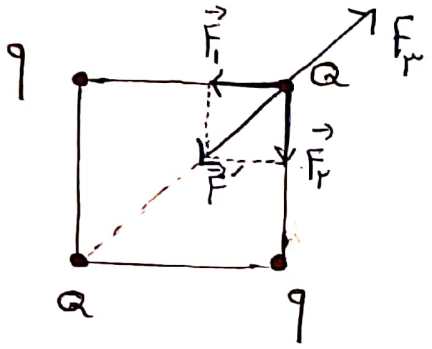
$$F' = K\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9\times10^9 \times 3\times10^{-6} \times 2\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2} = 60\,N$$

$$F'' = \frac{K|q_1||q_3|}{r^2} = \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6} \times 4\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})} = 80\,N$$

اندازه نیروی برآیند $F = \sqrt{F'^2 + F''^2 + 2F'F''\cos\theta}$

$= \sqrt{60^2 + 80^2 + 2\times 60\times 80\times \cos 120^\circ} = 20\,N$

تکلیف: در مثال قبلی نیروی کل وارد بر بار q_2 را محاسبه کنید.



مثال ۲ در شکل روبرو بارهای نقطه‌ای Q در دو رأس مقابل و بارهای نقطه‌ای q در دو رأس مقابل دیگر از یک مربع قرار گرفته‌اند بارهای Q می‌توانند حرکت کنند اما در واقع ثابت هستند مطلوب است رابطه q و Q

$$F_1 = F_2 = K\frac{|q||Q|}{a^2} \quad , \quad F_3 = K\frac{|Q||Q|}{r^2}$$

r فاصله بار Q $r = \sqrt{a^2+a^2} = \sqrt{2a^2} \longrightarrow r^2 = 2a^2$

$$\longrightarrow F_3 = \frac{KQ^2}{2a^2}$$

F_1 و F_2 برآیند نیروهای $F' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 90^\circ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

$$F' = \sqrt{2F_1^2} = \sqrt{2}\,F_1 = \sqrt{2}\,K\frac{|q||Q|}{a^2}$$

برای آنکه بار Q ثابت باشد $F_3 = F' \longrightarrow \frac{KQ^2}{2a^2} = \frac{\sqrt{2}K|q||Q|}{a^2}$

$$\longrightarrow |Q| = 2\sqrt{2}\,|q|$$

از آنجا که بارهای q و Q باید علامت متفاوت داشته باشند

$$\longrightarrow Q = -2\sqrt{2}\,q$$

— بار الکتریکی کوانتیده است.

در آخرین جلسه قبلی گفته شد الکترون و پروتون، ذراتی ذاتاً باردار هستند که مقدار بار آنها یکسان ولی علامت بار پروتون مثبت و علامت بار الکترون منفی است.

(۴) $e = 1,6 \times 10^{-19} C$ اندازه بار الکترون یا پروتون

بنا براین هر بار الکتریکی مثبت را می توان تجمعی از تعدادی پروتون و هر بار الکتریکی منفی را می توان تعدادی الکترون در نظر گرفت.

از آنجا که الکترون و پروتون به اجزاء کوچکتری قابل تقسیم نمی باشند هر بار الکتریکی در جهان باید مضرب صحیحی از e باشد

$$q = ne \qquad n = 1, 2, 3, \dots$$

به عبارت دیگر مقادیری که بار الکتریکی q می تواند بپذیرد مقادیری گسسته یا کوانتیده است $q = 1,6\times10^{-19}, 3,2\times10^{-19}, 4,8\times10^{-19}, \dots$

از آنجا که دانه های تشکیل دهنده بار (یعنی $e = 1,6 \times 10^{-19}$) بسیار کوچک هستند مقادیر مجاز و گسسته بار بسیار به هم نزدیک و در اغلب موارد با تقریب بسیار خوبی می توان گفت بار الکتریکی یک کمیت پیوسته است.

- قانون بقای بار

مطابق این قانون بار خالص کل جهان ثابت است و کم یا زیاد نمی شود. قانون بقای بار از قوانین مستحکم فیزیک است که در همه محدوده ها صادق است و تاکنون خلاف آن مشاهده نشده است

عنوان مثالی از این قانون پدیده شکست هسته اورانیم را می توان مطرح کرد

$$^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$$

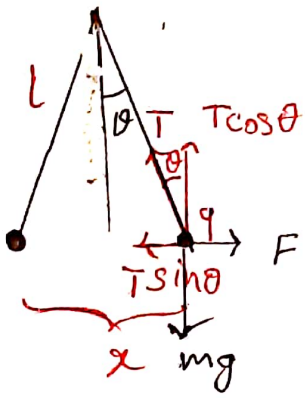
مثال ۳- برای آنکه سکه ای را به اندازه $+1\times10^{-7}$ باردار کنیم چه تعداد الکترون سکه باید از آن خارج شود

$q = -(\text{بار سکه}) = -1\times10^{-7}$ بار الکترون های خارج شده $= q$

$$q = ne \longrightarrow -1\times10^{-7} = n \times (-1,6\times10^{-19})$$

$$n = \frac{1\times10^{-7}}{1,6\times10^{-19}} \simeq 625 \times 10^{9}$$

مثال) دو گلوله هریک به جرم m و بار q بوسیله دو ریسمان نازک به طول l از یک نقطه آویزان شده اند اگر θ به قدری کوچک باشد که $\sin\theta \simeq \tan\theta$ فاصله دو گلوله یعنی x را برحسب m و l و g و q و ε_0 حساب کنید.



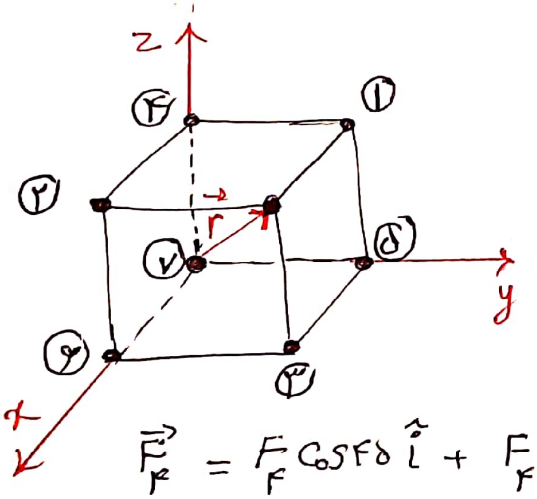
$$F = k\frac{q^2}{x^2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

$$T\sin\theta = F \quad (1)$$
$$T\cos\theta = mg \quad (2)$$
$$\xrightarrow{(1)\div(2)} \tan\theta = \frac{F}{mg} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 mg x^2}$$

از طرفی : $\tan\theta \simeq \sin\theta = \frac{\frac{x}{2}}{l} = \frac{x}{2l}$

$$\rightarrow \frac{x}{2l} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 mg x^2} \rightarrow x^3 = \frac{q^2 l}{2\pi\varepsilon_0 mg} \rightarrow \boxed{x = \left(\frac{q^2 l}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

مثال) در هشت گوشه یک مکعب به ضلع a هشت بار نقطه‌ای یکسان q قرار گرفته‌اند. نیروی وارد بر هر بار الکتریکی از طرف هفت بار دیگر چه اندازه است.



$$\vec{F}_1 = k\frac{q^2}{a^2}\hat{i}\ ,\ \vec{F}_2 = k\frac{q^2}{a^2}\hat{j}\ ,\ \vec{F}_3 = k\frac{q^2}{a^2}\hat{k}$$

$$\vec{F}_4 = F_4\cos 45\,\hat{i} + F_4\sin 45\,\hat{j} = \frac{kq^2}{(\sqrt{2}a)^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}\right)$$

$$\rightarrow \vec{F}_4 = \frac{kq^2}{2\sqrt{2}a^2}(\hat{i}+\hat{j}) \xrightarrow{\text{به همین ترتیب}} \vec{F}_5 = \frac{kq^2}{2\sqrt{2}a^2}(\hat{i}+\hat{k})\ ,$$

$$\vec{F}_6 = \frac{kq^2}{2\sqrt{2}a^2}(\hat{j}+\hat{k}) \qquad \vec{F}_7 = F_7\cos\alpha\,\hat{i} + F_7\cos\beta\,\hat{j} + F_7\cos\gamma\,\hat{k}$$

از طرفی $\vec{r} = a\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k} \rightarrow \hat{i}\cdot\vec{r} = 1\times\sqrt{3}a\cos\alpha$

$$\rightarrow a = \sqrt{3}a\cos\alpha \rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{\text{به ترتیب کاملا مشابه}} \cos\beta = \cos\gamma = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\rightarrow \vec{F}_7 = \frac{kq^2}{2a^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{j} + \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{k}\right)$$

$$\text{نیروی برآیند } \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 + \vec{F}_6 + \vec{F}_7 = \frac{kq^2}{a^2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$$

$$\rightarrow |\vec{F}| = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\underbrace{|\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}|}_{\sqrt{3}} = \boxed{0.41\,\frac{q^2}{\varepsilon_0 a}}$$